

פריסת הוראה

מתמטיקה י' 4 יח"ל חלק ג', יבנה בונוס - יפית אביטל

להלן פריסת ההוראה הכוללת תרגול מומלץ והערות למורה, לפי 5 שעות לימוד בשבוע.

מומלץ לסמן תרגילים שלא נפתרו בכיתה או כשיעורי בית (בעיקר מתרגילי הסיכום או מהתרגילים הנוספים), ולהשתמש בהם כחזרה לקראת המבחן.

תת נושא	מספר שעות לימוד	עמודים	תרגילים לכיתה	תרגילים לבית	הערות
הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת - מגרף הפונקציה לגרף הנגזרת, סרטוט של גרף הנגזרת של פונקציה כשנתון הגרף של $f(x)$ נקודות שבהן ערך הנגזרת הוא אפס והן אינן נקודות קיצון מגרף הנגזרת לגרף הפונקציה	2	7 - 14 14 - 16	1,2,5,7 13	3,4,6,8,10 11,12	דוגמאות 1 ו-2 (עמ' 7-8) מתאימות לפתיחת השיעור בנושא, ומלוות ביישומונים המדגימים את סרטוט גרף הנגזרת על-פי גרף הפונקציה. דוגמאות 3-5 (עמ' 9-10) עוסקות בסרטוט הנגזרת בעזרת תכונות שנלמדו ובעזרת הטבלה שבה השתמשנו לחקירת פונקציות.
מגרף הנגזרת לגרף הפונקציה תרגילים נוספים	2	22-16 23-31	15,17,19 3,8,12,14	,14,18 1,2,5,10,17	
פונקציה מורכבת ופונקציית מכפלה פונקציה מורכבת	2	32- 44	-1 א, ג, ו, ח -2 ב, ג, -3 ב 7, 8, 11, 18, 25	-1 ד, ה, ז, יא -2 א, -3 ג, 5, 9, 13, 15, 19	

נגזרת של מכפלת פונקציות	1	45 - 51	1- סעיפים 1,5,8 א-2 6,7	1- סעיפים 4,6,9 ב-2, 3- א 5,8	תרגילים 7-12 מתאימים לתלמידים מתקדמים בלבד, נדרשת טכניקה אלגברית של הוצאת דו-איבר כגורם משותף.
בעיות קיצון – פונקציית פולינום בעיות קיצון גאומטריות בעיות קיצון בגרפים בעיות קיצון בגרפים - תרגילים נוספים	4	52 - 54 59 - 67 70 - 78 79 - 82	3, 6, 7, 10, 13, 17, 19, 21,23 1, 4, 5, 6, 8, 12,13,16, 20 2, 6	4,11,12, 15, 18, 20, 22 3, 7, 11, 15, 18 7, 9, 10	במשימת הפתיחה בעמ' 52 מוצגת בעיה של מציאת השטח הגדול ביותר האפשרי של מלבן בעל היקף נתון. תחילה התלמידים מתנסים במציאת שטחים שונים של מלבנים שממדיהם נתונים, כאשר הם יכולים להבחין בתוצאות סימטריות (למשל, כאשר $AB=1$ ו- $BC=9$ מתקבל אותו שטח כמו עבור $AB=9$ ו- $BC=1$). - לאחר התנסות במספר דוגמאות רשמים את הביטוי האלגברי של הפונקציה, ובסעיף 3 משערים על סמך ההתנסות כי שטח המלבן המקסימלי מתקבל כשהמלבן הוא ריבוע. בסעיף 4 מתנסים ביישומן שבעזרתו ניתן לבסס את ההשערה לבסס את ההשערה שהתקבלה על סמך רישום של תוצאות בודדות בטבלה. - לאחר ההתנסות ביישומון ניתן לגבש את שלבי הפתרון של בעיות קיצון (בעמ' 53 - פתרון הבעיה בשלבים), לצד הדגמה על פי הבעיה שהוצגה במשימת הפתיחה. שילוב יישומונים לאורך כל הפרק - בתחילת כל תת נושא וכן לאורך התרגול מוצגות דוגמאות בליווי יישומונים, המסייעים להמחשה ותורמים להבנה. - הנושאים בעיות עם מספרים (עמ' 55-58) ובעיות כלכליות (עמ' 68-69) אינם נדרשים עד לשנת תשפ"ז. - לאורך התרגול בפרק התלמידים אינם נדרשים למצוא באותה שאלה מקסימום ומינימום, שאחד מהם הוא קיצון פנימי והשני הוא קיצון בקצה תחום, מכיוון שנושא זה אינו נדרש ברמת 4 יח"ל.
שיקוף של גרף פונקציה ביחס לציר ה-y - $f(-x)$	0.5	83 - 89	1,4,6	2,3,5	יש לשים לב שהנושא לא הופיע בחלק ב' בהמשך לכל הטרנספורמציות, כי הוא קשה להבנה. הנושא מופיע כאן, לפני שנדרשים ליישום שלו בפרק הבא, בנושא קדם אנליזה של פונקציית שורש בהקשר של הפונקציה $y=\sqrt{-x}$, המתקבלת על ידי שיקוף ביחס לציר ה-y של הפונקציה הבסיסית $y = \sqrt{x}$.

- שימוש בידע קודם וחזרה על כל הטרנספורמציות שנלמדו. - בכיתה חלשה יחסית מספיק לפתור את השאלות שהן ברמת זיהוי: $1 - 5$.	3,6,8	1,4,7	90-97	1	קדם אנליזה של פונקציית השורש הריבועי טרנספורמציות של הפונקציה $y = \sqrt{x}$
חזרה על פתרון אי-שוויונות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה.	-1 א, ו, ז -2 ו, י, יא, יב	-1 ב, ג, ח -2 א, ד, ה, ח	99-98	1	מציאת תחום הגדרה של הפונקציה $y = \sqrt{f(x)}$
חשוב להציב במשוואה המקורית את הפתרונות המתקבלים לאחר ההעלאה בריבוע. תלמידים רבים אינם נוהגים לבדוק את הפתרונות שהם מקבלים, ולכן חשוב להדגיש זאת בשיעור.	-1 ב, ו, יב, יז -2 א, ב, ח -3 ו תרגילים נוספים: 7,10,12	-1 ד, ז, יג, יד -2 ג, ד, ה -3 ה תרגילים נוספים: 2,3,4,6	100-109	2	משוואות עם שורש ריבועי ויישומים שלהן
יש להקפיד לבדוק שהפתרונות שייכים לתחום ההגדרה של הפונקציה.	-1 א, ו, ט -2 א, ב, ו -3 ג, ה -6 א, -7 ג, 8	-1 ב, ד, ז, ח -2 ג, ד -3 ב, ד -6 ג, -7 א, 9, 5	113-110	1	נגזרות של פונקציות עם שורשים ריבועיים הנגזרת של הפונקציה $y = \sqrt{x}$
- שימוש בנוסחה של נגזרת של הפונקציה המורכבת. - תרגילים 8-11 כוללים שיפוע משיק ומשוואת משיק. תרגיל 11 כולל גם מציאת ישר מאונך למשיק בנקודת ההשקה.	-1 ב, ה, ו -2 סעיפים 2,4,7 -3 ב-4 -4 ב, ה -5 א 9,10	-1 א, ג, ד, ז, ח -2 סעיפים 1,6,8 -3 ב-3 -4 א, ד -5 ב 8,11	118-113	2	הנגזרת של הפונקציה $y = \sqrt{f(x)}$
	14,15,17	12,13,16,18	120-118	1	שאלות עם פרמטרים
תוכנית הלימודים לכיתה י כוללת פונקציות מהצורה $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$, עבור $f(x)$ פולינום ממעלה ראשונה ו-$g(x)$ פולינום ממעלה ראשונה או ממעלה שנייה. (בכיתה יא מופיעות פונקציות מכפלה עבור $f(x)$ פולינום ממעלה ראשונה או ממעלה שנייה ו-$g(x)$ פולינום ממעלה ראשונה או ממעלה שנייה.)	-1 א, ב, ו, י, ט -2 סעיפים 2,4 -4 א, ג 9,6	-1 ב, ד, ה, ח, יא, יד, טו -2 סעיפים 3,5 -4 ב, ד 8,7,5	91-89	1	נגזרת של מכפלת פונקציות מהצורה $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$

• לצורך מציאת תחום הגדרה, יש לחזור על פתרון אי-שוויונות ממעלה ראשונה (וממעלה שנייה בהתאם במיקוד). • טעות נפוצה בקרב תלמידים היא סרטוט גרף הפונקציה לפי הממצאים בשלב האחרון של החקירה, מבלי להתייחס לתחום ההגדרה שמצאו בתחילת הפתרון. • מומלץ לסרטט את מערכת הצירים ולסמן בה את תחום ההגדרה מיד עם מציאתו, כמו בדוגמאות בעמ' 94-102. • יש לוודא שנקודות החיתוך עם הצירים והנקודות החשודות כקיצון נמצאות בתחום ההגדרה של הפונקציה. • בנגזרת מכפלה יש לוודא שהתלמידים זוכרים לכפול בנגזרת הפנימית. • רצוי לגזור כל גורם בנפרד לפני ההצבה בנוסחה של נגזרת של מכפלה. • תלמידים נוטים לשכוח שגם נקודות קצה התחום הן נקודות קיצון, ויש להוסיף אותן לנקודות הקיצון הפנימיות כשרושמים את כל נקודות הקיצון של הפונקציה. • פונקציות שאינן בתוכנית הלימודים של 4 יח"ל (גם לא בכיתה יא, ללא קשר למיקוד): סכום של שני שורשים, כמו למשל: $y = \sqrt{x} + \sqrt{10-x}$, סכום של פונקציית מכפלה ופונקציית פולינום, כמו למשל: $y = 9x - x\sqrt{6x}$.	ג, 5-6 ח 8, 7	2, 4, 5-1 6-א, ג, ד, ז, ט 10, 9	125 - 138 139 - 143 143 - 146 147 - 155	2 1 2 2	חקירת פונקציות עם שורשים חקירת הפונקציה $y = \sqrt{f(x)}$ כולל סכום או הפרש של פונקציות פולינום ופונקציה עם שורש. $y = g(x) \cdot \sqrt{f(x)}$ חקירה פונקציית שורש עם פרמטר פונקציית שורש - תרגילי סיכום
• הנושא נלמד בכיתה י' ברמה בסיסית, ויורחב בכיתה יא. • הנושא בעיות עם מספרים (עמ' 156-157) אינו נדרש עד לשנת תשפ"ז.	1, 3, 8 4, 7	2, 5, 7 3, 6	157 - 160 161 - 164	1	בעיות קיצון – פונקציות עם שורשים בעיות קיצון גאומטריות בעיות קיצון בגרפים

הסתברות

להלן פריסת ההוראה הכוללת תרגול מומלץ והערות למורה, לפי 5 שעות לימוד בשבוע.

תת נושא	מספר שעות לימוד	עמודים	תרגילים לכיתה	תרגילים לבית	הערות
מבוא וסקירה היסטורית	1	165-168	פתיחה : הצגת בעיית החלוקה		בפתיחת הנושא מומלץ לפתוח את השיעור בסקירה של שימושים בהסתברות בחיי היום יום. בשלב ראשון מגדירים מאורע בלתי אפשרי, מאורע אפשרי ומאורע ודאי. בדומה להערכה אינטואיטיבית ללא הערכה כמותית. בכיתה לא חזקה, מומלץ להציג את "בעיית החלוקה" ההיסטורית (עמ' 165-166), רק בהמשך כשיגיעו לשאלות ההרחבה של דיארגמת עץ – ראו פתרון בעזרת הסתברות בעמוד 302-303.
בלתי אפשרי, ודאי ומה שביניהם			עמ' 167 משימה לכיתה 1,3	עמ' 168 2,4	משימה בעמ' 167 - מומלץ לשמוע תחילה את התגובות של התלמידים הנובעות מאינטואיציה (שהיא לפעמים שגויה), ולדון על כך בכיתה. כדאי להסב את תשובת ליבם של התלמידים כי ברולטה, הסיכוי להיעצר על צבע מסוים תלוי בחלק היחסי של השטחים הצבועים באותו צבע. כדאי לציין כי זה לא משנה אם השטחים באותו הצבע סמוכים זה לזה או שאינם סמוכים.
מרחב מדגם ומאורעות		169-171	עמ' 170 2,3	עמ' 171 1,4,5	היכרות עם המושגים : קבוצה, מרחב מדגם, מאורע פשוט, מאורע מורכב, מאורעות משלימים.
הגדרת הסתברות וחישובי הסתברויות	3	172-174			הקשר בין סיכוי להסתברות : הסתברות של מאורע ודאי $P=1$ הסתברות של מאורע בלתי-אפשרי $P=0$ הסתברות של מאורע אפשרי $0 < P < 1$
חישוב הסתברות של מאורע חד-שלבי		175-177	1,4,7	2,5,6,9	מומלץ להציג את כל ארבע הדוגמאות, או לפחות את דוגמה 1 ואת דוגמה 4 .

שכיחות יחסית והסתברות		178-180	עמ' 178-179 פעילות כיתתית : הטלת מטבע מספר רב של פעמים ודיון בתוצאות	עמ' 180 1,2	ניסוי הטלת מטבע מספר רב של פעמים באמצעות יישומון (עמ' 178). אפשר לבצע את הניסוי בכיתה או כהכנה לפני השיעור, ולדון בתוצאות בכיתה. להגיע לתובנה שכלל שחוזרים על הניסוי מספר רב יותר של פעמים ניתן לצפות שהשכיחות היחסית של תוצאה תתקרב להסתברות שלה.
שאלות עם יחס ונעלמים		181-186	1 א, 3, 4, 5, 7	ב.1 12, 9, 6, 2	לשים דגש על קריאת השאלות, קביעת המשתנה ותרגום של מונחים לשפה מתמטית. למשל: גדול ב- 3, גדול ב- 50%, נתון יחס, נתונה שכיחות יחסית. להסביר את המשמעות של המושגים: בדיוק, גדול מ-, קטן מ-, לכל היותר, לכל הפחות וכדומה.
שילוב סטטיסטיקה והסתברות	1	187-192	1,4,5,8	2,3,6,9,10	חזרה על המושגים: ממוצע, חציון ושכיח, תוך שילוב חישובי הסתברות כשכיחות יחסית. השאלות המשלבות בין סטטיסטיקה והסתברות נלמדות בפרק זה ברובד ראשוני, ושוב אחרי סיום נושא ההסתברות השאלות המשלבות מופיעות שוב ברמה גבוהה יותר ועם הסתברות מותנית.
מאורע דו-שלבי	1	193-198	3,6,7	2,4	
דיאגרמת ון ופעולות בין מאורעות	1	209-199	1,3,5,7	2,4,6	להיעזר בדיאגרמות ון כדי להסביר ויזואלית את המושגים: חיתוך מאורעות, איחוד מאורעות, מאורעות זרים, מאורעות משלימים, מאורעות חלקיים וחישוב ההסתברות של איחוד מאורעות.
חישוב הסתברויות בעזרת טבלה דו-ממדית	3	210-228			מדיאגרמות וון אנו עוברים לטבלה דו-ממדית. חשוב להדגיש את הקשר ביניהם. בטבלה דו-ממדית רוסמים ארבע תוצאות מתוך מרחב המדגם. כל הארבע התוצאות הם מאורעות זרים ויחד מהווים את כל מרחב המדגם. בשאלות בפרק זה חשוב לקרוא בעיון כל משפט בשאלה, ולתרגם לשפה מתמטית סימבולית בלשון מאורעות. בכל שאלה יש נתונים גלויים ומתוכם ניתן להסיק על הסתברויות של המאורעות המשלימים. ובהמשך למלא את ההסתברויות בטבלה הדו ממדית.
		210-216	1,3,6	2,4,5	
		218-222	1,4,7	2,3,8,10	

ניתן לתאר את המאורעות באופן מילולי, יחד עם זאת חשוב להגדיר את המאורעות באופן סימבולי בשפה מתמטית בלשון קבוצות.					
מומלץ להציג לתלמידים את השלבים בפתרון שאלה: קריאת השאלה, הגדרת משתנה, בניית טבלה דו-ממדית וחישוב ההסתברויות של המאורעות המבוקשים.	3,4,5	1,2,6	224-228		טבלה דו-ממדית - שאלות עם נעלמים
בחישוב הסתברות מותנית מחשבים הסתברויות של מאורעות כאשר נתון מידע נוסף שעשוי להשפיע על הסיכוי שלהם להתרחש.	5,7	1,6	229-231	3	הסתברות מותנית
להסביר את הקשר בין הסתברות מותנית לנתונים בטבלה דו-ממדית.	4,5,9,13,15	3,6,8,12,17,18	232-244		הסתברות מותנית
בטבלה שבה שלוש שורות או שלוש עמודות, נוח יותר לתאר את המאורעות באופן מילולי ולוותר על הסימון באותיות.	2,4,7,8	1,5	246-250		הנוסחה להסתברות מותנית
בפתרון שאלה עם נעלמים מומלץ להציג לתלמידים את השלבים בפתרון השאלה: א. קריאת השאלה, ב. הגדרת הנעלם בשאלה, ג. בניית טבלה דו-ממדית, ד. הבעת ההסתברויות באמצעות הנעלם, ה. כתיבת משוואה מתאימה ופתרונה, ו. הצבת ערך הנעלם בטבלה והמשך פתרון הסעיפים הבאים.	2,3,4,7,9	1,6,8,10	251-257		טבלה שבה שלוש שורות או שלוש עמודות
			258-315		שאלות עם נעלמים
			258-272	3	דיאגרמת עץ
בדיאגרמת עץ קיים סדר כרונולוגי: קודם הוצאה או בחירה ראשונה, ואחריה הוצאה או בחירה השנייה. חשוב להסביר לתלמידים שהענף השני בדיאגרמת עץ מתאר מאורע שההסתברות שלו מותנת במה שקרה בהוצאה הראשונה. התוצאה של המסלול המתואר היא חיתוך המאורעות. רצוי להראות את הקשר בין דיאגרמת עץ לטבלה דו-ממדית (לא בשיעור הראשון להוראת הנושא), ולהדגיש אילו נתונים מציג כל מודל וכיצד הם משתלבים. שאלות שבהן יש תיאור של סדר כרונולוגי (קודם ואח"כ) מתאימות לפתרון באמצעות דיאגרמת עץ. שאלות שאין בהן סדר כרונולוגי ניתן לתאר גם באמצעות טבלה דו-ממדית.	4,7,11,13,15	2,6,8,9,14,16			דיאגרמת עץ

שאלות: 3,4,5,7,11,13 אפשר לפתור גם באמצעות טבלה דו-ממדית.					
	2,3,6,8	1,5,9	273-278		הוצאה עם החזרה והוצאה ללא החזרה
דיאגרמה עם שלושה ענפים שיוצאים מאותה נקודת פיצול.	3,6,8	4,5,7	279-282		שאלות נוספות - דיאגרמת עץ עם הסתברות מותנית
לאורך כל הדוגמאות בפרק קודם (דיאגרמת עץ) נעשתה הטרמה (הכנה) לנושא לאורך כל הדוגמאות שהוצגו בפרק הקודם בנושא דיאגרמת עץ. המאורעות A ו-B הם מאורעות בלתי-תלויים אם ההסתברות שמאורע אחד יקרה לא משפיעה על ההסתברות שהמאורע השני יקרה. קיימים שלושה קריטריונים כדי לקבוע אם המאורעות הם בלתי תלויים ומספיק שאחד מהם מתקיים: $P(B/A) = P(B)$, $P(A/B) = P(A)$, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. בטבלה דו-ממדית קל לבדוק אם המאורעות בלתי תלויים בעזרת הקריטריון: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, ובדיאגרמת עץ קל לבדוק בעזרת הקריטריון: $P(B/A) = P(B/A)$. אם השוויון אינו מתקיים, המאורעות A ו-B הם מאורעות תלויים.	2,4,7,13,15	1,5,8,12,17	283-293	1	מאורעות תלויים ומאורעות בלתי תלויים
דיאגרמת עץ עם 3 שלבים	1,6,8,13,15,17	4,5,12,18	294-302		דיאגרמת עץ – הרחבה - שלושה שלבים
ניתוח בעיית חלוקת הפרס שהוצגה בפתיחה ההיסטורית (עמ' 166-168) מופיע בעמ' 302-303. ניתן לפתור את הבעיה בעזרת דיאגרמת עץ חלקית.	20,21,22	הצגה וניתוח בעיית חלוקת הפרס 19	302-306	3	דיאגרמת עץ – הרחבה – דיאגרמת עץ חלקית
לשים לב: כאשר הבחירה היא מתוך אוכלוסייה גדולה, המשמעות היא שבחירה אחת אינה משפיעה על ההסתברות של בחירה אחרת, כמו במצב של "הוצאה עם החזרה".	2,4,5,8,11,14	1,6,7,10,13	307-315		שאלות עם נעלמים
כאשר נתון ניסוי דו-שלבי, ניתן להיעזר בדיאגרמת עץ או בטבלה. חשוב לציין כי בכל אחד מהמודלים יופיעו רכיבים	2,3,5,7,12,13,16	1,4,6,9,15	316-326	2	שאלות סיכום ופתרון בדרכים שונות

שונים, ואפשר לעבור בין המודלים על פי נוסחת ההסתברות המותנית. המקרים שבהם יש להיעזר בדיאגרמת עץ ולא בטבלה הם : ניסוי הכולל הוצאה ללא החזרה, ניסוי תלת-שלבי או ניסוי המתואר על ידי דיאגרמת עץ שבה מספר השלבים בכל מסלול אינו אחיד.					
פרק זה הוא המשך לפרק של שילוב סטטיסטיקה והסתברות שהופיע ברמה בסיסית יותר בעמ' 187-192. שימוש במושגים מהסתברות : ממוצע, חציון, שכיח וסטיית תקן.	1,3,5,9	2,6,8	327-331	1	שילוב סטטיסטיקה והסתברות